Programme Scientifique ER(Marrakech, Avril 13-24, 2015)

Scientific Programme RS(Marrakesh, 13-24 April, 2015)

Il y aura trois types d'interventions:

1. Des mini-cours: 3 mini-cours (2 de 5 heures et 1 de 6 heures) la première semaine, 2 cours la deuxième semaine (1 de 6 heures et l'autre de 5 heures) et 1 cours sur deux semaines de 9 heures.
2. des exposés de recherche de 50 minutes;
3. des communications de 30 minutes.

Présentation et Résumés des mini-cours

Presentation and Abstracts of Mini-courses

Dmitri Alekseevsky (Masaryk University, Brno, Czec Republic)

Titre: La géométrie des variétés homogènes

Title: Geometry of homogeneous manifolds

Cours de la deuxième semaine, durée: 6 heures

Plan of the mini-course:

I. Lie groups, Lie algebras and Lie correspondence between Lie groups and Lie algebras

This paragraph aims at fixing the notations for the continuation of this mini-course and at considering some results which will be not, possibly, seen in the mini-course of Angela Pasquale.

I.1. Lie algebra of a Lie group. Examples : classical groups, linear groups, parabolic subgroups.
I.2. Linear representation and linear groups. Reconstruction of a linear Lie group from its Lie algebra
I.3. Ado theorem. Locally isomorphic Lie groups. Lie correspondence between Lie algebras and Lie groups

II. G-manifolds and homogeneous manifolds
II.1. Invariants of a G-manifold as the main object of geometry according to Erlangen Program.
Examples : Euclidean,spherical, conformal, projective, Grassman geometries
II.2. Homogeneous manifolds as coset spaces. Isotropy representation and invariant tensor fields
II.3. Infinitezimal description of homogeneous Riemannian, symplectic, complex and Kähler geometries
III. Semisimple Lie algebras and parabolic subalgebras
III.1. Root decomposition of a complex semisimple Lie algebra $\mathfrak{g}$ and its reconstruction from the root system R
III.2. Simple root system Π and Dynkin diagrams. Reconstruction of R from Π
III.3. Compact semisimple Lie algebras
III.4. Parabolic subalgebras and painted Dynkin diagrams
IV. Geometry of compact flag manifolds
IV.1. Invariant symplectic structures on flag manifolds. Flag manifolds as homogeneous symplectic manifolds of a compact semisimple Lie group
IV.2. Invariant complex structures on flag manifolds
IV.3 Invariant Kähler and Kähler-Einstein structures on flag manifolds

Ignacio Bajo (Université de Vigo, Espagne)

Titre: Groupes et algèbres de Lie

Title: Lie groups and Lie algebras

Cours de la première semaine, durée: 5 heures

Résumé: Un groupe de Lie est une variété différentiable G munie d'une structure de groupe telle que les applications produit et inverse soient lisses. L'espace tangent en l'élément neutre de G est alors muni d'une structure d'algèbre de Lie.

Le but de ce cours est de donner une introduction aux groupes et algèbres de Lie ainsi que aux leurs interactions. Nous considerons surtout le cas où G est un groupe de Lie linéaire, c'est-à-dire un sous-groupe fermé du groupe $\mathrm{GL}(n, \mathbb{R})$ des matrices $n \times n$ à coefficients dans $\mathbb{R}$ et inversibles. Dans ce cas, l'algèbre de Lie de G est un sous-espace vectoriel des matrices $n \times n$ à coefficients réels qui contient les commutateurs $AB - BA$ de tous ses éléments A et B. Elle est reliée au groupe de Lie par l'exponentielle de matrices.

Nous présentons aussi les notions d'algèbres de Lie (resp. groupes de Lie) nilpotentes, résolubles et semisimples ainsi que les théorèmes d'Engel, Lie et Cartan donnant des critères pour vérifier si une algèbre de Lie donnée possède ces propriétés.

Programme :

- Le groupe $\mathrm{GL}(n, \mathbb{R})$, les groupes de Lie linéaires,
- quelques rappels sur les variétés différentielles, les groupes de Lie abstraits,
- algèbres de Lie abstraites ; exemples,
- l'application exponentielle, sous-groupes à un paramètre,
- l'algèbre de Lie d'un groupe de Lie,
- la représentation adjointe,
- la forme de Killing,
- algèbres de Lie nilpotentes et résolubles,
- algèbres de Lie semisimples.

Abstract: A Lie group is a differential manifold G endowed with a group structure so that the applications of multiplication and inversion are smooth. The tangent space at the unit element of G admits then the structure of a Lie algebra.

The objective of these lectures is to give an introduction to Lie groups and Lie algebras as well as their interactions. We shall mostly consider the case where G is a linear Lie group, that is a closed subgroup of the group $\mathrm{GL}(n, \mathbb{R})$ of $n \times n$ invertible matrices with real coefficients. In this situation, the Lie algebra of G is a vector subspace of the space of $n \times n$ matrices with real coefficients. It has the property that it contains the commutator $AB - BA$ of every couple of its elements A and B. This Lie algebra is linked to the Lie group G by the exponential of matrices.

We shall also present the notions of nilpotent, solvable and semi-simple Lie algebras (respecively, Lie groups), as well as the theorems of Engel, Lie and Cartan providing some criteria for a given Lie algebra to possess these properties.

Program:

- The group $\mathrm{GL}(n, \mathbb{R})$; linear Lie groups.
- A short revision of differentiable manifolds. Abstract Lie groups.
- Abstract Lie algebras. Examples.
- The exponential map, one-parameter subgroups.
- The Lie algebra of a Lie group.
- The adjoint representation.
- The Killing form.
- Nilpotent and solvable Lie algebras.
- Semisimple Lie algebras.

Martin Bordemann (Université de Haute Alsace, Mulhouse, France)& Damien Calaque (Université de Montpellier II, France)

Titre: Classes d'Atiyah en Algèbre et en Géométrie

Title: Atiyah classes in Algebra and Geometry

Partie 1: Connexions (invariantes) pour les espaces homogènes, opérateurs multidifférentiels et classes d'Atiyah associées, par Martin Bordemann.

Cette première partie aura lieu la première semaine, durée: 4,5 heures

Résumé: Nous révisons d'abord les variétés fibrées G-équivariantes sur un espace homogène G/H arbitraire qui sont toutes des fibrés associés. Ensuite nous donnons un aperçu des connexions (invariantes) dans des fibrés principaux (H.-C. Wang, 1958) et les obstructions en termes de classes d'Atiyah (Nguyen-Van Hai, 1965) avec quelques exemples et des traductions évidentes aux couples d'algèbres de Lie $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{h}$. Nous donnons une descriptions des opérateurs multidifférentiels à la Alekseev-Lakhovska, 2005, en termes de quotients d'algèbres enveloppantes, et nous en calculons des calculs symboliques et des star-produits sur G/H.

Partie 2: Connexions, classes d'Atiyah et théorèmes de PBW pour les algébroïdes de Lie, Par Damien Calaque.

Cette deuxième partie aura lieu la deuxième semaine, durée: 4,5 heures

Résumé: Motivé par la première partie du cours ainsi que quelques exemples issus de la théorie des feuilletages, nous introduirons les connexions et les classes d'Atiyah pour les algébroïdes de Lie. Nous en profiterons pour rappeler quelques éléments essentiels de la théorie des algébroïdes et groupoïdes de Lie. Puis nous donnerons une interpretation des classes d'Atiyah en termes d'obstruction à l'existence d'isomorphismes de Poincaré-Birkhoff-Witt généralisés.

Part 1 : Invariant connections for homogeneous spaces, multidifferential operators and associated Atiyah classes, by Martin Bordemann.

Abstract. We recall first the theory of G-equivariant fibered manifolds over an arbitrary homogeneous space G/H (which are all associated bundles). We then pass to (invariant) connections in principal bundles over G/H (H.-C.Wang, 1958) and its obstructions in terms of Atiyah classes (Nguyen-Van Hai, 1965) with some examples and the evident translation to arbitrary (graded) Lie algebra pairs $\mathfrak{g} \supset \mathfrak{h}$. Finally we give a description of multidifferential operators on G/H à la Alekseev-Lakhovska, 2005, in terms of quotients of envelopping algebras, and deduce symbol calculus and star-products on G/H.

Part 2 : Connections, Atiyah classes and PBW theorems for Lie algebroids, by Damien Calaque.

Abstract. Motivated by the first part of the mini-lecture and by some examples coming from foliation theory we introduce connections and Atiyah classes for Lie algebroid after having recalled some essentials of the theory of Lie groupoids and Lie algebroids. We shall give an interpretation of the Atiyah classes in terms of obstructions to existence of generalized Poincaré-Birkhoff-Witt isomorphisms.

Mohamed Boucetta (Université Cadi Ayyad, FST, Marrakech, Maroc)

Titre: Courbure des métriques invariantes à gauche sur les groupes de Lie

Title: Curvature of left invariant Riemannian metrics on Lie groups

Cours de la deuxième semaine, durée: 5 heures

Résumé: On se propose dans ce cours d'introduire les étudiants aux propriétés de la courbure d'une métrique riemannienne invariante à gauche sur un groupe de Lie telles qu'elles ont été développées dans l'article de Milnor: J. Milnor, *Curvatures of left invariant metrics on Lie Groups*, Advances in Mathematics **21**, (1976), 293-329. Le cours sera partagé en trois parties. Chaque partie sera consacrée à l'étude des groupes de Lie munis d'une métrique riemannienne invariante à gauche dont un type de courbure est positive, négative ou nulle. On distinguera trois types de courbure à savoir la courbure sectionnelle, la courbure de Ricci et la courbure scalaire. A la fin du cours on donnera quelques résultats récents et on posera quelques problèmes ouverts pour montrer aux étudiants que ce thème est d'actualité et génère une grande activité de recherche parmi la communauté mathématique.

Abstract. This course aims to introduce students to the properties of curvature of left invariant Riemannian metrics on Lie groups as they have been developed in the classic paper of Milnor: J. Milnor, *Curvatures of left invariant metrics on Lie Groups*, Advances in Mathematics **21**, (1976), 293-329. The course is divided in three parts, each one is devoted to the study of left invariant Riemannian metrics on Lie groups having negative, positive of zero curvature. We distinguish three types of curvatures, namely, sectional curvature, Ricci curvature or scalar curvature. At the end of the course, we give some recent results to show to students that this topic generates a massive research activity among the mathematical community.

Alberto Elduque (University of Zaragoza, Spain)

Titre: Espaces homogènes et algèbres non associatives

Title: Homogeneous spaces and nonassociative algebras

Cours de la première semaine, durée: 6 heures

Résumé: Nombreuses propriétés géométriques d'un espace homogène réductive sont codées avec des produits binaires et ternaires définies sur l'espace tangent en un point quelconque. En particulier, un théorème classique de Nomizu montre les rélations entre les connexions affines invariantes sur ces espaces et quelques algèbres non associatives définies sur cet espace tangent.

L'objectif de ce cours est la présentation des concepts de base des espaces homogènes réductives, les algèbres de Lie-Yamaguti associées, et d'exposer le théorème de Nomizu et de mettre en évidence des algb̀res non associatives qui lui sont liées.

Contenu:

- Espaces homogènes reductives et algèbres de Lie-Yamaguti.
- Connexions affines invariantes et algèbres non associatives.
- Exemples.

Abstract: Many geometric properties of a reductive homogeneous space are encoded in a binary and a ternary products defined on the tangent space at any point. In particular, a classical Theorem by Nomizu relates the invariant affine connections on these spaces with nonassociative algebras defined on this tangent space.

The aim of this course is the presentation of the basic concepts of reductive homogeneous spaces, the associated Lie-Yamaguti algebras, and a review of Nomizu's Theorem and related nonassociative algebras.

Content:

- Reductive homogeneous spaces and Lie-Yamaguti algebras.
- Invariant affine connections and nonassociative algebras.
- Examples.

Camille Laurent-Gengoux (Université de Lorraine-Metz, France)

Titre: Introduction à la géomètrie riemannienne et à la géomètrie symplectique

Title: Introduction to Riemannian Geometry and Symplectic Geometry

Cours de la première semaine, durée: 5 heures

Résumé: Dans ce cours, nous allons introduire à la géométrie riemannienne et à la géométrie symplectique. Dans en premier temps, nous introduirons les bases de la géométrie différentielle comme étant la géométrie des objets qui sont "localement comme $\mathbb{R}^n$", on introduira les variétés symplectiques comme étant des objets qui sont "localement comme $\mathbb{R}^{2n}$ muni d'un bivecteur non-dégénéré". Nous préférerons en effet l'approche par des bivecteurs plutôt que comme des deux formes différentielles afin de parvenir plus directement à la notion de variables action-angle et au théorème de Liouville. Nous parlerons en particulier des structures de Poisson comme une généralisation immédiate, et tenterons d'expliquer dans quels contextes celles-ci sont plus naturelles. Nous montrerons ensuite en quoi tout cela diffère du monde des variétés riemanniennes, que l'on ne peut pas vraiment introduire comme étant des objets qui sont "localement comme", et dont la classification locale est déjà problématique. Nous comparerons les connexions naturelles sur les deux types de variétés.

Abstract: We shall teach the basics of riemanian and symplectic geometry. To start with, we shall recall several points about manifolds, introduced as being objects locally isomorphic to $\mathbb{R}^n$, then we shall introduce symplectic manifolds as being objects locally isomorphic to $\mathbb{R}^{2n}$ equipped with a non-degennerated bivector field. We prefer the approach by bivector fields, rather than by 2-forms, that makes possible to move quickly towards action-angle variables and Liouville theorem. We shall speak in particular of Poisson structure, a straightforward generalization, and shall explain in which context they are more natural. We shall then show the difference with riemannian manifolds, whose classification is way more problematic. We shall then compare natural connections on both types of manifolds.

Résumés des exposés-Abstracts of talks

Quasialgebras and Quasimatrices: from Cayley Algebras to Circulant Matrices

Helena Albuquerque

Abstract: In this talk we introduce the notion of *quasiassociative algebras* generalizing the theory of associative algebras and some classes of nonassociative algebras as *the deformed twisted group algebras* (like Cayley algebras) and *the deformed circulant matrices.*

We introduce too what we call *alternative twisted tensor products* for not necessarily associative algebras, as a common generalization of several different constructions: the *Cayley-Dickson process*, the *Clifford process* and the twisted tensor product of two associative algebras, one of them being commutative. We show that some very basic facts concerning the Cayley-Dickson process are particular cases of general results about alternative twisted tensor products of algebras.

Left-invariant para-Kähler metrics on Lie groups with abelian complex structure

Ignacio Bajo

Abstract: The talk will be focused on left invariant para-Kähler metrics on Lie groups endowed with abelian complex structures. The existence of such a structure on a Lie group G reduces to the existence of a symplectic form on the corresponding Lie algebra $\mathfrak{g}$, admitting two complementary Lagrangian abelian subalgebras. We will give an algebraic description and provide an inductive method of construction of such algebras by means of the so-called double extension techniques. As a geometrical application, the curvatures of the para-Kähler metric will be computed and sufficient conditions to ensure flatness or Ricci-flatness will be given.

Rigidité des structures de lumière

Rigidity of lightlike structures

Samir Bekkara

Résumé: Dans ce travail on s'intéresse à l'étude de la rigidité au sens de Gromov des structures de lumière, qui sont des variétés munies d'un tenseur induisant sur chaque espace tangent un produit scalaire de lumière; c'est à dire, une forme bilinéaire symétrique positive dégénérée, de noyau de dimension 1. Une telle structure est une H-structure et donc une structure géométrique au sens de Gromov. Il est facile de vérifier que les k-prolongations de l'algèbre de Lie associées à H, ne sont triviales pour aucun k, autrement dit, c'est des structures de type infini, ceci est équivalent à dire que pour tout k, une k-isométrie en un point p, n'est pas déterminée par son jet d'ordre $k-1$ en p. On exprime cette propriété par dire que la structure n'est k-rigide (au sens de Gromov) pour aucun k. On montre alors que sous certaines conditions, ces strucures peuvent être considérées comme étant "rigides", et ceci en modifiant légèrement la définition de la rigidité au sens de Gromov, sans pour autant perdre le sens intuitif de la rigidité.

Ceci est un travail en collaboration avec A.Zeghib.

Abstract: Lightlike manifolds are manifolds endowed with a tensor which, on each tangent space, is a lightlike scalar product, that is, a positive bilinear symmetric degenerate form, with a one dimensional kernel. This work is about rigidity in Gromov's sense of such structures. One can see, that a lightlike structure is an H-structure, hence a geometric structure in Gromov's sense, but, the k-prolongations of the Lie algebra associated to H are trivial for no $k \in \mathbf{N}$, in other words, the structure is of infinite type. This is equivalent to the following fact: for any $k \in \mathbf{N}$, a k-isometry at a point p can't be determined by its $k-1$ jet at p. One say that the structure is k-rigid (in Gromov's sense) for no k. We prove that, under some conditions, this structure can be viewed as a "rigid" geometric structure, by modifying slightly the definition of rigidity, without loosing the intuitive aspect of this notion.

This is a joint work with A. Zeghib.

Sur les algèbres de Lie para-Kähler

On para-Kähler Lie algebras

Saïd Benayadi

Résumé: Nous étudions les algèbres de Lie qui sont munies de strucures para-Kähler. Nous donnons des nouvelles caractérisations de ces algèbres de Lie et nous développons des méthodes de construction de grandes classes d'exemples. Chengming Bai considère les algèbres de Lie para-Kähler comme des bigèbres symétriques gauche. Nous reprenons ce point de vue en l'améliorant dans le but d'obtenir de nouveaux résultats sur la structure de ces algèbres de Lie.

Abstract: We study Lie algebras admitting para-Kähler structures. We give new characterizations of these Lie algebras and we develop many methods to build large classes of examples. Chengming Bai considered para-Kähler Lie algebras as left symmetric bialgebras. We reconsider this point of view and improve it in order to obtain some new results.

Groupe de Lie de dimension inférieure ou égale à 4 muni d'une métrique lorentzienne invariante à gauche semi-symétrique

Semi-symmetric Lie group with left invariant Lorentz metric of dimension less than or equal 4

Abderazak Benroummane

Résumé: Une variété pseudo-Riemannienne (M, μ) est dite semi-symétrique si tenseur courbure R est satisfaite à

$$R.R(X,Y) := \nabla_X\nabla_Y R - \nabla_Y\nabla_X R - \nabla_{[X,Y]}R = 0, \tag{1}$$

pour tous champs de vecteurs X, Y on M. En particulier, toute variété pseudo-Riemannienne localement symétrique est semi-symétrique. Dans cette communication, nous allons donner des méthodes générales pour caractériser les groupes de Lie de dimension inférieur ou égale à 4 admettant une métrique lorentzienne invariante à gauche semi-symétrique.

Abstract: A *pseudo-Riemannian manifold* (M, μ) is to be semi-symmetric if its curvature tensor R satisfies

$$R.R(X, Y) := \nabla_X \nabla_Y R - \nabla_Y \nabla_X R - \nabla_{[X,Y]} R = 0, \tag{2}$$

for all vector fields X, Y on M.

In particular, any *locally symmetric pseudo-Riemannian manifolds* are semi-symmetric.

In this communication, we will give methods general to describe the semi-symmetric Lie groups with left invariant Lorentzian metric of dimension less than or equal 4.

Connexions bi-invariantes spéciales sur les groupes de Lie et les structures de Poisson de dimensions finies

Special bi-invariant linear connections on Lie groups and finite dimensional Poisson structures

Mohamed Boucetta

Résumé: Soient G un groupe de Lie connexe et $\mathfrak{g}$ son algèbre de Lie. On notre ∇^0 la connexion linéaire bi-invariante sans torsion sur G donnée par $\nabla^0_X Y = \frac{1}{2}[X, Y]$, pour tous champs de vecteurs invariants à gauche X, Y. Une structure de Poisson sur $\mathfrak{g}$ est un produit associative commutative sur l'espace vectoriel sous-jacent à $\mathfrak{g}$ pour lequel ad_u est une dérivation, pour tout $u \in \mathfrak{g}$. Une connexion linéaire bi-invariante sans torsion sur G qui a la même courbure que ∇^0 est dite spéciale. Nous montrons qu'il y a une bijection entre l'ensemble des connexions spéciales sur G et l'ensemble des structures de Poisson sur $\mathfrak{g}$. Nous déterminons l'algèbre de Lie de l'holonomie des connexions spéciales et nous montrons que les structures de Poisson associées aux connexions spéciales qui ont la même algèbre de Lie de l'holonomie que ∇^0 possède des propriétés intéressantes. Finalement, nous étudions les structures de Poisson sur des algèbres de Lie et nous donnons un large classe d'exemples qui donnent, bien sûr,une large classe de connexions spéciales.

Abstract: Let G be a connected Lie group and $\mathfrak{g}$ its Lie algebra. We denote by ∇^0 the torsion free bi-invariant linear connection on G given by $\nabla^0_X Y = \frac{1}{2}[X, Y]$, for any left invariant vector fields X, Y. A Poisson structure on $\mathfrak{g}$ is a commutative and associative product on $\mathfrak{g}$ for which ad_u is a derivation, for any $u \in \mathfrak{g}$. A torsion free bi-invariant linear connections

on G which have the same curvature as ∇^0 is called special. We show that there is a bijection between the space of special connections on G and the space of Poisson structures on $\mathfrak{g}$. We compute the holonomy Lie algebra of a special connection and we show that the Poisson structures associated to special connections which have the same holonomy Lie algebra as ∇^0 possess interesting properties. Finally, we study Poisson structures on a Lie algebra and we give a large class of examples which gives, of course, a large class of special connections.

Sur les algèbres de Poisson-Jordan

On Poisson-Jordan algebras

Said Boulmane

Résumé: Une algèbre de Poisson-Jordan est définie comme étant une algèbre de Jordan munie d'une structure de Malcev et ces deux opérations satisfont la règle de Leibniz. Nous donnons explicitement toutes les structures de Poisson-Jordan sur certaines classes intéressantes d'algèbres de Malcev. De plus, nous intro- duisons le concept d'algèbres de Poisson-Jordan pseudo-euclidiennes (algèbres PEPJ pour faire court) et nous montrons comment on peut construire de nou- velles algèbres de Lie quadratiques intéressantes et algèbres de Malcev (non Lie) quadratiques à partir des algèbres à partir des algèbres PEPJ. Finalement, nous donnons des descriptions inductives des algèbres PEPJ.

Abstract: Poisson-Jordan algebra is defined to be a Jordan algebra together with a Malcev bracket and these operations are required to satisfy the Leibniz rule. We give explicitly all Poisson-Jordan structures on some interesting classes of Malcev algebras. Further, we introduce the concept of pseudo-euclidean Poisson-Jordan algebras (PEPJ algebras for short) and we show how one can construct new interesting quadratic Lie algebras and quadratic Malcev (non Lie) algebras from PEPJ algebras. Finally, we give inductive descriptions of the PEPJ algebras.

Les surfaces de 5-sphère approximativement Sasakienne

Surfaces in the nearly Sasakian 5-sphere

Abdelouahab CHIKH SALAH

(Joint work with Mohamed BELKHELFA)

Résumé: La notion de la structure approximativement Sasakienne dans une variété métrique Presque de Contact était introduit par Blair, Showers et Yano. Les notions de base de ces variétés seront données. Ils ont aussi donnés une condition nécessaire et suffisante pour qu'une hypersurface d'une variété Approximativement Kaehlerienne hérite une structure Approximativement Sasakienne. En particulier pour la sphère de dimension 5 S^5, d'un rayon $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d'une immersion (umbilically embedded) d'un angle de $\frac{\pi}{4}$. Dans cette sphère toutes les courbures sectionnelles sont égales à 2, ce qui prouve que cette structure n'est pas Sasakienne.

On va se concentrer sur les surfaces de S^5 approximativement Sasakiennes dans le champ de vecteur de la structure ξ soit normal à la surface.

Dans le cas Sasakienne, les sous-variétés de dimension n de la sphère Sasakienne de dimension $(2n+1)$ dans le ξ est normal est appelé C-totalement réel où bien sous-variété horizontale. Dans ce cas il est connue que ces sous-variétés sont toujours anti-invariantes, c.a.d. la structure φ appliquer à la tangente est toujours normal.

En premier on va montrer que c'est pas le cas de 5-sphère approximativement Sasakienne.

Vu cette différence on propose de définir une surface d'une 5-sphère approximativement Sasakienne est C-totalement si est seulement si le champ de vecteur de structure ξ est normal pour la surface et l'image de l'espace tangent par l'application φ soit normal aussi. Noté que dans le cas Sasaikienne la deuxième condition n'existe pas.

On donnera pour ces surfaces les résultats suivent:

Les surfaces C-totalement réelle d'une sphère S^5 approximativement Sasakienne est toujours minimal.

ce résultat est surprenant puisqu'il n'est pas vrais pour les surfaces d'une variété Sasakienne ou non plus pour les surfaces totalement réel d'une 6-sphère approximativement Kaehlerienne.

Comme conséquence de cette minimalité on peut trouvé aussi une correspondance entre les surfaces C-totalement réel de S^5 approximativement Sasakienne et les surfaces Lagrangienne Minimal de l'espace projective complexe $\mathbb{C}P^2$.

Abstract: The notion of a nearly Sasakian structure on an almost contact metric manifold has been introduced by Blair, Showers and Yano. The basic properties of such a manifold will be recalled. They also give necessary and sufficient condition for when a hypersurface of a nearly Kaehler manifold inherits a nearly Sasakian structure. This happens in particular if we look at the 5-dimensional sphere S^5, with radius $\frac{1}{\sqrt{2}}$ umbilically embedded at an angle of $\frac{\pi}{4}$. As on this sphere all sectional curvatures equal 2, it immediately follows that this inherited structure is not a Sasakian structure.

We will focus on surfaces of the nearly Sasakian S^5 for which the structure vector field ξ is normal to the surface.

In the Sasakian case, submanifolds of dimension n of a $(2n+1)$-dimensional Sasakian sphere for which ξ is normal are called, depending on the literature, C-totally real or horizontal submanifolds. In that case it is known that such submanifolds are always anti invariant, i.e. the structure φ maps tangent vectors to normal vectors.

We first will show that this is no longer the case in the nearly Sasakian 5-sphere.

In view of this we propose to call a surface of the nearly Sasakian 5-sphere C-totally real if and only if the structure vector field ξ is normal to the surface and φ maps tangent vectors to normal vectors. Note that in the Sasakian case the second condition is redundant. The main results we will give about such surfaces are the following:

A C-totally real surface of the nearly Sasakian S^5 is always minimal.

Note that this result is quite surprising as it is neither true for C-totally real surfaces in Sasakian manifolds or for totally real surfaces of the nearly Kaehler 6-sphere.

As a consequence of the minimality we can also obtain a local correspondence between C-totally real surfaces of the nearly Sasakian S^5 and minimal Lagrangian surfaces of the complex projective space $\mathbb{C}P^2$.

Invariant affine connections on odd dimensional spheres

Cristina Draper

Abstract: A Riemann-Cartan manifold is a triple (M, g, ∇) where (M, g) is a Riemannian manifold and ∇ is a metric affine connection on M. The affine connection ∇ is not necessarily torsion free. Under the assumption M is a homogeneous space, the notion of homogeneous Riemann-Cartan manifold is introduced in a natural way. In our talk, we consider the odd dimensional sphere $\mathbb{S}^{2n+1}$ viewed as the homogeneous space $\mathrm{SU}(n+1)/\mathrm{SU}(n)$ and

then we use Nomizu's Theorem on invariant connections to obtain explicit expressions for the connections ∇ such that $(\mathbb{S}^{2n+1}, g, \nabla)$ is a homogeneous Riemann-Cartan manifold, for g the usual Riemannian metric. The subfamily $(\mathbb{S}^{2n+1}, g, \nabla)$ such that ∇ shares geodesics with the Levi-Civita connection ∇^g is also completely described.

In addition we show that $\mathbb{S}^7$ is the only odd dimensional sphere which admits nontrivial connections ∇ (i.e., $\nabla \neq \nabla^g$) in such a way that $(\mathbb{S}^7, g, \nabla)$ is an SU(4)-homogeneous ∇-Einstein manifold.

The main tool has been some Lie representation theory in order to use Nomizu's Theorem, although a geometric interpretation of the obtained invariant connections is also provided.

Representations of Lie algebra of vector fields on a torus

Vyacheslav Futorny

Abstract: We will give a classification of simple weight modules over the Lie algebra of vector fields on n-dimensional torus, generalizing a classical result of O.Mathieu for the Virasoro algebra. This is a joint result with Yuly Billig (Canada).

L'application exponentielle, PBW et classe d'Atiyah

Exponential map, PBW and Atiyah class

Camille Laurent-Gengoux

Résumé: Est-il possible de linéariser, au moins formellement, l'action à gauche d'un sous-groupoïde de Lie A d'un groupoïde de Lie L sur le quotient L/A ? La réponse dépend d'une classe de cohomologie, appelée classe d'Atiyah, qui, lorsqu'elle est non-nulle encode une structure de dg-variété appelée dg-variété de Kapranov souvent vue comme un voisinage formel. Lorsque cette classe est nulle, la linéarisation se fait par une application exponentielle - dont l'équivalent formel est PBW. Ceci a desapplications tant en géométrie des feuilletage qu'en géométrie complexe, et, conjecturellement, aaux systèmes intégrables. Tiré d'un travail joint avec Mathieu Stiénon et Ping Xu (Penn State) et d'un travail joint avec Yannick Voglaire (Luxembourg).

Abstract: Can we linearize, at least formally, the left-action of a Lie groupoid A of a Lie groupoid L on the quotient L/A ? The answer is yes or no, depending on the Atiyah class. When the latter is non-zero,this class encodes a Kapranov dg-manifold, that can be seen as a formal neighborhood. When the class is zero, linearization goes through the infinitesimal counterpart of the exponential map, i.e. PBW. The consequences of these facts range from foliations to complex manifolds, and, conjecturaly, integrable systems. From a joint work with Mathieu Stiénon and Ping Xu (Penn State), and a joint work with Yannick Voglaire (Luxembourg).

Groupes de Lie lorentziens plats

Lorentzian flat Lie groups

Hicham Lebzioui

Résumé: Un groupe de Lie lorentzien plat est un groupe de Lie G muni d'une métrique plate invariante à gauche μ de signature $(-,+,\dots,+)$. L'algèbre de Lie $\mathcal{G} = T_eG$ de G muni du produit de Levi-Civita est une algèbre symétrique à gauche. Dans cet exposé, nous montrons que la méthode de double extension de Aubert et Medina peut être utilisée pour caractériser des classes importantes des groupes de Lie lorentziens plats.

Abstract: A Lorentzian flat Lie group is a Lie group G with a flat left-invariant metric μ with signature $(-,+,\dots,+)$. The Lie algebra $\mathcal{G} = T_eG$ of G endowed with the Levi-Civita product is a left symmetric algebra. In this talk, we show that the double extension process (in the sense of Aubert and Medina) can be used to characterize important classes of Lorentzian flat Lie groups.

Structures algébriques associées aux q-déformations d'algèbres de champs de vecteurs (Algebraic structures associated to q-deformations of algebras of vector fiels)

Abdenacer Makhlouf

Résumé: Le but de l'exposé est de donner un apercu de la théorie des déformations quantiques des algèbres de champs de vecteurs. Il s'agit de remplacer l'opérateur de dérivations usuel par des σ-dérivations ou (σ, τ)-dérivations. Il s'avère que les algèbres qu'on obtient ne sont plus des algèbres de Lie. Je présenterai quelques exemples, notamment des q-déformations d'algèbres de Witt et de Virasoro, ainsi que les structures algèbriques qui en découlent.

Abstract: The aim of this talk is to give an overview of quantum deformations of algebras of vector fields and corresponding algebraic structures. A q-deformation consists of replacing usual derivation by a σ-derivation or σ, τ-derivation. We will discuss the examples of Witt and Virasoro algebras and show how this lead to twisted algebraic structures.

L'effet d'habillage sur les formes volumes d'un groupe de Lie-Poisson

Dressing effect on volume forms in Poisson-Lie groups

Wadia Mansouri

Résumé: Dans un groupe de Lie-Poisson, nous étudions l'effet des champs d'habillage sur une forme volume, par analogie avec la construction du champ modulaire. Ceci définit une nouvelle classe dans le premier groupe de cohomologie de Poisson. La comparaison entre les deux classe, mesure l'équivalence de l'unimodularité du groupe de Lie-Poisson et de son algèbre linéarisée.

Abstract: We show that on any Poisson-Lie group, the effect of dressing vector fields on volume forms generates a class on Poisson cohomology. The comparison with the modular classe give rise to a complet Poisson vector field, the class of this field measures the equivalence between the unimodularity of the Lie-Poisson group and its linearized algebra.

Nouvelle classe d'algèbre absolument valuée de dimension quatre

New Class of Four Dimensional Absolute Valued Algebras

Abdelhadi Moutassim

Résumé: Une algèbre absolument valuée est une algèbre, non nécessairement associative, munie d'une norme multiplicative ($\|xy\| = \|x\|\|y\|$). Nous classifions, par une méthode algébrique, toutes les algèbres absolument valuées de dimension quatre contenant des sous-algèbres de dimension deux.

Abstract: An absolute valued algebra is a non-zero real algebra, not necessary associative, that is equipped with a multiplicative norm ($\|xy\| = \|x\|\|y\|$). We classify, by an algebraic method, all four dimensional absolute valued algebras containing a subalgebras of dimension 2.

Quelques constructions d'applications biharmoniques

Some constructions of biharmonic maps

Seddik Ouakkas

Résumé: Dans ce travail, on présente quelques constructions d'applications biharmoniques. Dans la première partie, on étudie certaines propriétés des applications conformes entre variétés riemanniennes de mêmes dimensions où on donne une caractérisation de la biharmonicité de ces applications qui nous permet de construire de nouveaux exemples. Dans la deuxième partie, on s'intéresse à la construction de quelques applications biharmoniques sur le produit tordu.

Abstract: In this work, we present some constructions of biharmonic maps. In the first part we study some properties of conformal maps between equidimentionnal Riemannian manifolds where we give a characterization of the biharmonicity of these applications that allows us to construct new examples. In the second part, we are interested in the construction of some biharmonic maps on the warped product.

Sur la structure locale des déformations non commutatives

On the local structure of noncommutative defomations

ZOUHAIR **SAASSAI**

Résumé: Dans un papier récent en collaboration avec M. Boucetta(*On the local structure of noncommutative deformations*, J. Geom. Phys., Vol. 82 (2014) 64-74), nous avons étudié la structure locale d'une classe de variétés de Poisson vérifiant les conditions, introduites par E. Hawkins(*The structure of noncommutative deformations*,J. Diff. Geom. 77 (2007) 385-424), nécessaires à l'existence d'une déformation non commutative de l'algèbre extérieure des formes différentielles. Le but de cette conférence est de décrire ce travail. Plus précisément, on verra que la donnée d'une $\mathcal{F}^{reg}$-connexion contravariante $\mathcal{D}$ sans torsion ni courbure sur une variété de Poisson (M, π) définit un tenseur $\mathbf{T}$ tel que $\mathcal{D}\mathbf{T}$ est le tenseur de métacourbure introduit par Hawkins. On calculera ensuite $\mathbf{T}$ et la métacourbure de $\mathcal{D}$, et l'on montrera que si $\mathbf{T}$ s'annule alors π et $\mathcal{D}$ sont localement définis par une action d'une algèbre de Lie et une solution de l'équation de Yang-Baxter classique. De plus, si $\mathcal{D}$ est la connexion de Levi-Civita contravariante associée à une métrique riemannienne, l'action peut être choisie de telle sorte qu'elle préserve la métrique. Ceci résout le problème inverse d'un résultat de M. Boucetta (*Solutions of the classical Yang-Baxter equation and noncommutative deformations*, Lett. Math. Phys. (2008) 83,69-81).

Abstract: In joint work with M. Boucetta(*On the local structure of noncommutative deformations*, J. Geom. Phys., Vol. 82 (2014) 64-74), we studied the local structure of a class of Poisson manifolds verifying the conditions, introduced by E. Hawkins(*The structure of noncommutative deformations*,J. Diff. Geom. 77 (2007) 385-424), necessary to the existence of a noncommutative defomation of the exterior algebra of differential forms. This talk aims to describe this work. More precisely, we will see that given a Poisson manifold (M, π) endowed with a flat torsion-free contravariant $\mathcal{F}^{reg}$-connection $\mathcal{D}$, there exists a tensor $\mathbf{T}$ such that $\mathcal{D}\mathbf{T}$ is the metacurvature tensor introduced by Hawkins. We will compute $\mathbf{T}$ and the metacurvature of $\mathcal{D}$, and show that if $\mathbf{T}$ vanishes then π and $\mathcal{D}$ are given locally by a Lie algebra action and a solution of the classical Yang-Baxter equation. Moreover, when $\mathcal{D}$ is the contravariant Levi-Civita connection associated to a Riemannian metric, the action can be chosen in such a way that it preserves the metric. This solves the inverse problem of a result of M. Boucetta(*Solutions of the classical Yang-Baxter equation and noncommutative deformations*, Lett. Math. Phys. (2008) 83,69-81).